

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Физико-технический факультет
Кафедра математической физики

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Укрупненная группа направлений подготовки	03.00.00 Физика и астрономия
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки / Специальность	03.03.02 Физика
Направленность (профиль) образовательной программы / Специализация	Техническая физика беспилотных систем
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа учебной дисциплины **«Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление»** для обучающихся по направлению подготовки 03.03.02 Физика (Профиль: Техническая физика беспилотных систем) составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 07 августа 2020 г. № 891 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математической физики,
канд. физ.-мат. наук

В.И. Колесник

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математической физики
Протокол от 10.04.2025 г. №11.

Заведующий кафедрой

В.И. Колесник

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана физико-технического факультета
16.04.2025 г.

С.А. Фоменко

Учебно-методическая комиссия физико-технического факультета.

Протокол от 16.04.2025 г. № 4.

Председатель

В. Н. Котенко

Руководитель основной образовательной
программы, канд. физ.-мат. наук, доц.

10.04.2025 г.

П.В. Асланов

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

математический анализ, аналитическая геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

методы математической физики, теоретическая физика (теоретическая механика, механика сплошных сред), теоретическая физика (электродинамика сплошных сред), теоретическая физика (квантовая механика), теоретическая физика (электродинамика), используются при подготовке выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	03.03.02 Физика (Профиль: Техническая физика беспилотных систем)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.М5.4 Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	5 / 180

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы+ контроль	всего	
Очная	2	4	30	-	30	120	180	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение фундаментальных понятий и методов обыкновенных дифференциальных уравнений и их применения для моделирования и исследования различных физических, технических, экономических и социальных явлений и процессов и направлено на решение следующих задач; сформировать умение самостоятельно описывать поведение математических моделей с помощью дифференциальных уравнений; научить решать стандартные дифференциальные уравнения.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ОПК-1.7. Демонстрирует теоретические знания дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления. ОПК-1.8. Применяет знания дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления при решении задач теоретического и прикладного характера.	ОПК-1.7.1. Знает основы дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления. ОПК-1.8.1. Умеет применять знания дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления при решении математических и физических задач. ОПК-1.8.2. Владеет навыками применения инструментария дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и вариационного исчисления.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	
1. Дифференциальные уравнения 1 порядка.	1.1. Понятие дифференциальных уравнений (ДУ). 1.2. Интегрирование некоторых типов уравнений первого порядка, решенных относительно производной. 1.3. Уравнения, не решенные относительно производных.
2. Дифференциальные уравнения n-го порядков.	2.1. Уравнения n-го порядка общего вида. 2.2. Линейные однородные и неоднородные уравнения.
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	
3. Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений.	3.1. Системы дифференциальных уравнений нормального типа. 3.2. Системы дифференциальных уравнений в симметричной форме.
4. Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений.	4.1. Прямые методы вариационного исчисления. 4.2. Основные типы интегральных уравнений.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	15	–	15	60	90
Дифференциальные уравнения 1 порядка	7	–	7	30	44
Дифференциальные уравнения n-го порядков	8	–	8	30	46
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	15	–	15	60	90
Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений.	7	–	7	30	44
Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений.	8	–	8	30	46
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	30	–	30	120	180
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	30	–	30	120	180

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Дифференциальные уравнения

1. Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Решение, интегральная кривая. Примеры.
2. Задача Коши, начальные данные. Геометрическая интерпретация задачи Коши. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Примеры.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, а также приводящиеся к ним.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка, а также приводящиеся к ним.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Различные методы их решения.
6. Дифференциальные уравнения Бернулли. Методы их решения.
7. Дифференциальное уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
8. Теорема существования и единственности (формулировка) для дифференциального уравнения первого порядка.
9. Простейшие типы уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.
10. Линейная зависимость и независимость систем функций. Линейное пространство решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка, его размерность. Фундаментальная система решений однородного уравнения n-ого порядка. Теорема об общем решении однородного уравнения.
11. Определитель Вронского системы функций и его свойства. Теорема Остроградского-Лиувилля и следствия из неё.
12. Общее решение неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка. Теорема о структуре общего решения.
13. Метод вариации постоянных для поиска частных решений неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-ого порядка.

14. Фундаментальная система решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами.

15. Построение общего решения неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

16. Понятие функции Грина.

Раздел 2. Основы вариационного исчисления

17. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные определения.

18. Сведение уравнения n -го порядка к системе n уравнений 1-го порядка.

19. Дифференциальные уравнения в частных производных.

20. Понятие функционала. Необходимое условие экстремума.

21. Вариационная задача с закрепленными границами.

22. Уравнение Эйлера.

23. Задачи на условный экстремум. Задача с подвижными границами.

24. Достаточное условие экстремума.

25. Постановка вариационных задач.

26. Основные типы линейных интегральных уравнений.

27. Методы вариационного исчисления.

28. Уравнения Вольтерра и Фредгольма.

29. Собственные значения и собственные функции однородного уравнения Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта.

30. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода.

31. Альтернатива Фредгольма для уравнений с вырожденным и непрерывным ядром.

32. Теорема Фредгольма.

33. Применение интегральных уравнений к решению краевых задач.

34. Интегральное уравнение Фредгольма первого рода.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике по темам:

– дифференциальные уравнения 1 порядка (с разделяющими переменными и приводящиеся к ним, линейные, однородные и приводящиеся к ним уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах);

– дифференциальные уравнения n -го порядков (нахождение общего решения неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения 2-ого порядка, фундаментальной системы решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами, общего решения неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью);

– основы вариационного исчисления (решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений, краевых задач).

7.3. Образец содержания экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Физико-технический факультет
Кафедра математической физики

Образовательная программа: Бакалавриат

Направление подготовки:	03.03.02 Физика
Специализация:	Физика
Форма обучения:	Очная
Семестр	Четвертый
Дисциплина:	Дифференциальные уравнения Интегральные уравнения и вариационное исчисление

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

1. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка, а также приводящиеся к ним.
2. Дифференциальные уравнения в частных производных.
3. Решить уравнение $(x + 2y)dx - xdy = 0$.
4. Решить уравнение способом вариации постоянных $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	10

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация (экзамен)		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в четвертом корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Театральный, 13). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете четвертого корпуса (ауд.108).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Эльсгольц, Лев Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л.Э. Эльсгольц. - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 320 с.
2. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [Для вузов]. - 7-е изд. - М. : Наука, 1992. - 127 с.
3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : [Для физ. и мех.- мат. спец. вузов] / Б. П. Демидович. - 10-е изд. - М. : Наука, 1990. - 624 с.
4. Альсевич, Л. А. Практикум по дифференциальным уравнениям : учеб. для студентов вузов, обучающ. по специальности "Прикл. математика" / Л. А. Альсевич, Л. П.

Черенкова. - Минск : Вышэйш. шк., 1990. - 318 с.

10.2. Дополнительная литература

5. Матвеев, Н. М. Обыкновенные дифференциальные уравнения : Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. - СПб. : Спец. лит., 1996. - 371 с.

6. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / В.К. Романко. - М. : Наука ; СПб., 2000. - 342 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).